



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Cálculo mental en Educación Primaria.

Autor/es

IRANZU ZARRANZ ECHEVERRÍA

Director/es

JOSÉ IGNACIO EXTREMIANA ALDANA

Facultad

Facultad de Letras y de la Educación

Titulación

Grado en Educación Primaria

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2018-19



Cálculo mental en Educación Primaria., de IRANZU ZARRANZ ECHEVERRÍA (publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

TRABAJO FIN DE GRADO

Título

El cálculo mental en Educación Primaria

Autor

Iranzu Zarranz Echeverría

Tutor/es

José Ignacio Extremiana Aldana

Grado

Grado en Educación Primaria [206G]

Facultad de Letras y de la Educación

Año académico

2018/19



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

RESUMEN

Con la realización del presente trabajo se pretende transmitir la importancia de trabajar el cálculo mental en Educación Primaria, ya que es el tipo de cálculo más utilizado por los alumnos fuera del ámbito escolar. Además, se propone una posible intervención didáctica para llevar a cabo el trabajo de cálculo mental en el aula. Se propone una intervención distinguida en dos bloques, en la que se realiza una parte de trabajo individual, y otra parte grupal a través del juego. Concretamente, los objetivos que se persiguen son analizar el concepto de cálculo mental y presentar una propuesta de intervención educativa para la etapa de Educación Primaria.

PALABRAS CLAVE: cálculo mental, estrategias, Primaria, juego.

ABSTRACT

This work pretends to show the importance of learning about the mental calculation in Primary School, because it is the most commonly used type of calculation by de students out of educational enviroment. Also, it wants to propose a didact intervention to work the mental calculation on the school. This work is divided in two parts: in one part it works individually and in the other part it works in group through the game. Specifically, the objectives that are intended to reach with this work are to analyze the concept of mental calculation and to offer a educational intervention proposal to practise in Primary School.

KEY WORDS: mental calculation, strategys, Primary School, game.

INTRODUCCIÓN.....	3
1. ¿QUÉ ES EL CÁLCULO MENTAL?.....	4
2. CÁLCULO MENTAL VS. CÁLCULO APROXIMADO Y CÁLCULO ESTIMATIVO.....	5
3. CÁLCULO MENTAL EN LA LEGISLACIÓN.....	6
3.1 ¿Cálculo mental en infantil?	7
3.2 Cálculo mental vs. Algoritmo	8
4. CARACTERÍSTICAS DEL CÁLCULO MENTAL.....	8
5. BENEFICIOS DEL CÁLCULO MENTAL.....	9
6. ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL	10
6.1 ¿Qué es una estrategia?	10
6.2 ¿Qué es una estrategia de cálculo mental?.....	10
6.3 Estrategias de cálculo mental.....	10
7. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.....	13
A. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS GENERALES	13
B. PROPUESTA DE TRABAJO INDIVIDUAL	14
1. EL QUINZET.....	14
2. TABLAS DE CÁLCULO.....	18
C. PROPUESTAS A TRAVÉS DEL JUEGO	22
1. GEHEIMCODE 13+4.....	23
2. LLAVES ARCO.....	24
3. ALTO VOLTAJE	25
4. MATH DICE JR.....	26
5. SUM SWAMP.....	27
D. INTERDISCIPLINARIEDAD	28
CONCLUSIONES.....	29
REFERENCIAS	31

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se pretende precisar el concepto de cálculo mental y contemplar su aplicación en la etapa de Educación Primaria. La intervención no está dirigida a ningún curso concreto, sino que se ofrece un abanico de posibilidades para trabajarlo en diferentes niveles.

En primer lugar, se expone el concepto de cálculo mental y los distintos matices que ofrecen diferentes autores alrededor de esto, ya que no existe una definición precisa.

En segundo lugar, se distinguen el cálculo aproximado y el cálculo estimativo, ya que pueden llevarnos a confusión con el cálculo mental, y para ello es muy importante diferenciarlos.

En tercer lugar, se desarrolla la aparición del cálculo mental en la legislación. Teniendo en cuenta el Boletín Oficial de La Rioja, cuándo se introduce el cálculo mental en Educación Primaria y algunas otras cuestiones derivadas de esto.

En cuarto lugar, se ponen de manifiesto algunas características del cálculo mental.

En quinto lugar, se nombran algunos de los beneficios del cálculo mental, para ser conscientes de la importancia que tiene trabajarlo y que no solo afectan al cálculo mental como tal.

En sexto lugar, se trabajan las estrategias de cálculo mental. Para ello, es muy importante conocer qué es una estrategia y estrategias de cálculo mental. A continuación, se presentan diferentes estrategias de cálculo mental que pueden utilizarse en los distintos cursos de Educación Primaria.

En séptimo lugar, se propone una intervención didáctica. Esta intervención comienza con unas orientaciones didácticas generales que se deben tener en cuenta en la puesta en práctica en cualquier curso. Seguidamente, se propone un trabajo individual de cálculo mental. Este trabajo se realiza principalmente a través de las tablas de cálculo, pero puntualmente también se trabaja con el método El Quinzet. También se presentan unos juegos comerciales de mesa que trabajan el cálculo mental, y que podrían utilizarse en el aula. Además, se explica la importancia de la interdisciplinariedad para trabajar el cálculo mental.

Por último, se expresan las conclusiones personales sobre el trabajo, tratando de aportar ideas y precisar un poco más sobre el cálculo mental y sus posibles aplicaciones en el aula.

1. ¿QUÉ ES EL CÁLCULO MENTAL?

El cálculo mental es un tipo de cálculo que se utiliza desde hace muchísimo tiempo. Como dicen De Marinis y Broitman (2007) tradicionalmente el cálculo mental se asociaba a cálculos memorizados, orales, realizados en “la cabeza” y sin apoyo de lápiz y papel.

Hoy en día, todos tenemos una idea intuitiva acerca del concepto de cálculo mental, ya que en algún momento de nuestra vida lo hemos experimentado, pero si tuviésemos que definirlo concretamente nos surgirían algunos problemas. Esto se debe a que no hay una definición exacta y precisa de cálculo mental, diferentes autores lo definen de manera distinta, al menos con diferencias en algunos aspectos.

Mochón y Vázquez Román (1995) definen el cálculo mental como “una serie de procedimientos mentales que realiza una persona sin ayuda de lápiz y papel, y que le permite obtener la respuesta exacta de problemas aritméticos sencillos”.

Asimismo, De Marinis y Broitman (2007) se refieren al cálculo mental como un conjunto de procedimientos en los que se produce un análisis de los datos a tratar, y se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener datos exactos o aproximados.

En mi opinión, esta definición no es precisa, ya que en el cálculo mental se obtienen siempre datos exactos. Se precisará esta distinción posteriormente, en el apartado de cálculo mental vs. cálculo estimativo.

Siguiendo con la definición de De Marinis y Broitman (2007), estos autores defienden que en el cálculo mental no se recurre a algoritmos preestablecidos. Esto significa que el cálculo mental no hace uso de reglas matemáticas que son aplicables en un orden determinado y de manera mecánica independientemente de los datos que se estén tratando, sino que se caracteriza por la variedad de estrategias y técnicas que posee el sujeto que lo realiza y que puede seguir para que, según su preferencia o conocimientos previos, llegue correctamente al resultado final.

Edo (1996) defiende que el cálculo mental se emplea en situaciones numéricas en las que para llegar al resultado no se puede hacer uso de ayudas ni escritas ni materiales, únicamente utilizar estrategias mentales y nos plantea una duda: ¿se pueden utilizar lápiz y papel o recursos materiales para el cálculo mental?

Muchos autores, como Mochón y Vázquez Román (1995) defienden, al igual que Edo, que el cálculo mental se realiza sin la ayuda de lápiz y papel.

En cambio, otros como Sancha (s.f.) plantean que el cálculo mental no implica necesariamente no escribir, sino que propone un trabajo en el que pueden tomarse apuntes, pero en el que los cálculos se hacen mentalmente.

En varias de las definiciones anteriores, se hace referencia al uso de lápiz y papel en el cálculo mental, pero debido a que la mayoría de artículos consultados son de finales del siglo XX, no hacen referencia a calculadoras o elementos tecnológicos. Entorno a esto, se han dado muchos avances, y por ello, el cálculo mental, es menos importante si cabe para resolver operaciones complejas y de muchos números. En conclusión, a todos aquellos autores que hacen referencia en sus definiciones al uso de lápiz y papel, hay que añadir, que tampoco se haga uso ni de calculadoras ni de otros elementos tecnológicos.

En mi opinión, el cálculo mental hace referencia a aquellas situaciones en las que se plantea una situación numérica que hay que resolver con rapidez, y en las que el cálculo se realiza mentalmente. Esto no implica que no pueda utilizarse un soporte escrito, siempre que éste sirva para ayudar o recordar datos que se han conseguido mentalmente.

Actualmente el cálculo mental es muy importante. Fuera del ámbito escolar, los alumnos apenas hacen operaciones escritas, pero en muchas ocasiones se les plantean situaciones en las que usan el cálculo mental. Por ejemplo, si hay que estar en el colegio a las 9:15 horas y son las 8:57, ¿cuántos minutos hay para llegar? Además, estas operaciones suelen ser operaciones relativamente sencillas, con números no muy grandes, ya que, si necesitamos hacer operaciones complejas y de muchas cifras, tenemos al alcance calculadoras u otros elementos tecnológicos en cualquier momento. Por ello, es muy importante trabajar el cálculo mental, ya que en la vida cotidiana es el tipo de cálculo que más usamos, y que probablemente en el ámbito escolar menos se trabaja.

2. CÁLCULO MENTAL VS. CÁLCULO APROXIMADO Y CÁLCULO ESTIMATIVO.

Nuestra idea intuitiva del cálculo mental nos puede llevar a confusión con otros tipos de cálculo con los que guarda relación a pesar de ser distintos. Estos son el cálculo estimativo y el cálculo aproximado y por ello, es importante diferenciarlos.

Según Gómez (2005) la diferencia entre el cálculo mental y los otros dos tipos de cálculo, es principalmente que en el cálculo mental se trabaja con datos exactos y en los otros dos tipos de cálculo no. Por tanto, es importante conocer bien el origen y características de los datos con los que vamos a trabajar.

Una vez que la distinción entre cálculo mental y estimativo y aproximado está clara, es importante profundizar un poco más en la que existe entre cálculo estimativo y aproximado, ya que, a pesar de que en ambos se trabaje con datos que no son exactos, existen algunas diferencias.

Estos dos tipos de cálculo utilizan datos que no son exactos, pero difieren en su procedencia. Gómez (2005) destaca que los datos en el cálculo estimativo proceden de un juicio o valoración de la persona que está realizando el cálculo. El tipo de datos que se manejan en este tipo de cálculo son números redondos.

Por lo tanto, como dicen Mochón y Vázquez Román (1995), la finalidad del cálculo estimativo es dar una respuesta cercana al resultado correcto y exacto de un problema y no el dato exacto en sí. Este tipo de cálculo no es correcto para todas las situaciones, pero si es el más apropiado para otras. Por ejemplo, si 5 amigos quieren reunir el dinero de sus pagas para comprarse un juguete y necesitan 20€, y cada uno tienen 5,32€, 3,25€, 7,67€, 2,09€ y 4,98€ respectivamente, sin necesidad de calcular exactamente el dinero que tienen, podrían hacerlo de forma estimada. De manera que sumando $5+3+7+2+4$ obtendrían 21€ y de este modo sabrían que les sería suficiente para comprar el juguete sin saber que exactamente tenían 24,12€.

En cambio, en el cálculo aproximado, los datos pueden ser inexactos, ya que vienen de una aproximación que se hace de las medidas exactas. Por ejemplo, si se quiere calcular cuántos metros cúbicos tiene un contenedor de la basura, se calculan aproximadamente sus 3 dimensiones: 1,5 metros de alto, 1,5 m de ancho y 1 m de largo. Por tanto, $1,5 \times 1,5 \times 1 = 2,25 \text{ m}^3$. Esta medición no es exacta, en toda medición aproximada hay un margen de error, pero se da una idea de lo que queremos calcular.

Gómez (2005) defiende que, en este tipo de cálculo, los datos proceden de una medición con error, es decir, que en todo instrumento de medida, por muy preciso que sea, siempre hay un margen, mayor o menor, de error. Los datos con los que se trabaja en este tipo de cálculo son números decimales.

3. CÁLCULO MENTAL EN LA LEGISLACIÓN.

El cálculo mental es un tema con gran interés educativo, aunque es posible que no se trabaje todo lo que se debiera. Como se ha dicho, proporciona numerosos beneficios, entre los que se encuentran la concentración y atención, lo que es imprescindible para mejorar en todas las áreas de aprendizaje.

Por ello, el cálculo mental es un contenido que aparece en el Boletín Oficial de La Rioja, como es lógico, dentro de la asignatura troncal de matemáticas. Los contenidos de la asignatura de matemáticas están agrupados en torno a 5 bloques de contenidos: procesos, métodos y actitudes matemáticas; números; medida; geometría, y estadística y probabilidad. El cálculo mental está inmerso en el Bloque II: números.

La introducción según el BOR del cálculo mental en Educación Primaria, debe hacerse a partir de 2º de Primaria, es el primero en el que se explicita algún contenido relacionado con esto. Concretamente:

- “Cálculo mental automático: construcción y memorización de las tablas de sumar y restar hasta 10 más 10”.
- “Elaboración y utilización de estrategias personales y académicas de cálculo mental”.
- “Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos mentales”.
- “Primeras estrategias de cálculo mental”.

A partir de este curso, aparece en todos los demás un único ítem que es común en todos ellos y que es el siguiente: “Elaboración y uso de estrategias de cálculo mental”.

3.1 ¿Cálculo mental en infantil?

La introducción del cálculo mental se propone para 2º de Primaria, sin embargo, hay algunos autores que también lo plantean para etapas anteriores. Edo (1996), sostiene que, al introducir el cálculo mental en la etapa de Educación Infantil, y creo que el razonamiento podría extenderse al primer curso de Educación Primaria, los alumnos se encuentran con ciertas dificultades que hacen que se complique la introducción de este contenido, pero es cierto, que sí se pueden plantear algunas actividades que acerquen a los alumnos al cálculo mental.

Las dificultades que plantea son 3:

1. **Necesidad de soporte material:** Los niños a esas edades todavía no son capaces de imaginarse conceptos abstractos y por lo tanto habría que hacer uso de soporte material. Además, según Piaget, los niños de 2 a 7 años se encuentran en la etapa preoperacional y comienzan a adquirir una mayor habilidad para usar símbolos como medio para reflexionar sobre el ambiente. En cuanto a los números, los niños empiezan a utilizarlos como herramientas desde preescolar, pero Piaget sostuvo que los niños no adquieren el verdadero concepto de número hasta llegar a la etapa siguiente: operaciones concretas. En esta etapa comienzan a entender las relaciones seriales y jerárquicas. Sin embargo, investigaciones más recientes han demostrado que algunos principios numéricos básicos ya aparecen en esta etapa.
2. **Memorización de las estrategias:** en estas etapas todavía no tienen memorizadas las operaciones matemáticas que necesitan para poder basar después sus razonamientos numéricos y resolver las situaciones numéricas que se propongan.
3. **Noción del número:** todavía no tienen sólida la noción del número. Es una noción muy compleja y que es muy importante trabajar, ya que es la base para poder entender lo demás. Este problema, está relacionado con el primero, ya que al no tener sólida la noción

del número, en ocasiones tienen que recurrir al soporte material. Para desarrollar estas operaciones lógicas, en edades más bajas, es imprescindible hacer uso de herramientas manipulativas. Tanto para desarrollar la noción de número como las posteriores operaciones, es imprescindible seguir las siguientes fases: manipulativa, representación gráfica y simbólica.

En mi opinión, el cálculo mental puede introducirse como tal en el transcurso del primer curso de primaria y en el segundo, ya que la mayoría de los alumnos tienen bastante desarrollado el concepto de número. A pesar de esto, creo que durante la etapa de infantil y en 1º de Primaria con aquellos alumnos que no lo tengan desarrollado, puede hacerse un trabajo preparatorio al cálculo mental y que favorezca el desarrollo de la noción de número y el trabajo mental. Por ello, se pueden diseñar pequeñas actividades que, aunque no abarquen todos los puntos que un cálculo mental requiere, sí pueden acercar al alumno al cálculo mental. Por ejemplo, se coge una bolsa de 30 caramelos de distintos sabores (cuyos colores sean distintos) y en un primer momento, con ayuda de los alumnos se separan por sabores. Una vez todos se encuentren separados, se plantean preguntas como: si junto los de fresa y limón ¿cuántos tengo?, ¿cuántos más hay de naranja que de menta?, si se reparten entre todos, ¿cuántos tocan para cada uno? etc. En este tipo de actividades, es muy importante trabajar con conceptos que sean familiares para los niños, ya que les resulta más fácil trabajar con ello.

3.2 Cálculo mental vs. Algoritmo

Además de cuándo introducir el cálculo mental, surge otro debate, ¿hay que introducir el cálculo mental antes o después del cálculo algorítmico?

Respondiendo a esta pregunta, en mi opinión, no debe hacerse ni antes ni después, sino simultáneamente. Esto permite que el alumno vaya creando conexiones entre los cálculos algorítmicos y mentales y ambos se vean favorecidos. Además, si se introdujese más tarde, sería muy probable que los alumnos trataran de realizar el cálculo algorítmico en su cabeza, pero sin tener el soporte del papel. Esto no ayudaría al alumno a desarrollar diferentes estrategias de cálculo, y, por lo tanto, el cálculo mental podría verse algo perjudicado.

4. CARACTERÍSTICAS DEL CÁLCULO MENTAL

Ya se ha puesto de manifiesto que no hay una definición aceptada universalmente de cálculo mental. A pesar de esto, hay algunas características que son admitidas en todas las definiciones de cálculo mental. El cálculo mental debe ser:

- **Rápido:** uno de los objetivos es conseguir el resultado de manera rápida, a pesar de que es más importante la corrección.
- **Exacto:** a diferencia de otros tipos de cálculo, en el cálculo mental se trabaja con datos exactos.

Puede ser:

- **Concreto o abstracto:** según la situación puede ser o una u otra. En los casos en los que existe material manipulativo puede ser concreto. Mientras que en otros casos se pueden plantear situaciones abstractas que deben imaginarse y después resolver.

Además, Mochón y Vázquez (1995) añaden que es:

- **Variable en sus métodos:** no hay una única forma de llegar al resultado correcto. Cada uno puede hacer uso de sus propias estrategias, pero lo importante es llegar al resultado correcto.

5. BENEFICIOS DEL CÁLCULO MENTAL

La práctica del cálculo mental ofrece numerosos beneficios para los alumnos. Como dicen en su artículo Ortega y Ortiz (2002), Gómez (1994) destaca posibles beneficios como:

1. Contribuir la comprensión y sentido del número.
2. Proporcionar la base para el cálculo aproximado.
3. Conseguir capacidades intelectuales ya que proporcionan la versatilidad e independencia de procedimientos.
4. Ayudar en la reflexión para decidir y elegir.
5. Favorecer la concentración.
6. Proporcionar confianza en el cálculo aritmético.
7. Despertar el interés.

Además de estos beneficios, Valencia (2013) destaca que Lethielleux (2005) añade que, a través del entrenamiento del cálculo mental, se pueden desarrollar, además:

8. La atención y la memoria.
9. Mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos.

Por último, De Marinis (2007) nombra otro beneficio del cálculo mental:

10. Construir relaciones que permiten un aprendizaje de las cuentas convencionales basado en la comprensión de sus pasos.

6. ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL

6.1 ¿Qué es una estrategia?

Según el Diccionario de la Real Academia Española (2001), la voz estrategia tiene tres acepciones distintas, pero teniendo en cuenta la que se utiliza en el ámbito de las matemáticas, “una estrategia es un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento”.

Esta definición indica que toda estrategia conlleva una toma de decisiones ante un problema que se quiere resolver. El uso de estrategias no asegura que la decisión que se toma sea óptima, y por ello es necesario conocer distintas opciones para poder escoger entre ellas la más acertada en cada caso.

Concretamente en el ámbito escolar, las estrategias ayudan a llevar a cabo una mejor metodología, ya que nos ofrecen diferentes formas de responder ante una misma situación en la que se debe resolver un conflicto, y una vez que los alumnos las conocen, son ellos quienes deben decidir cuál les resulta más eficaz en cada caso.

Frente a un problema, puede haber numerosas vías de solución, por lo que es imprescindible escoger la estrategia más adecuada para llegar a la solución. Es cierto que las estrategias no son procesos correctos o incorrectos para cada situación, ya que dependen también del sujeto al que se le presenten. Los conocimientos, experiencias, etc. de cada sujeto influyen en la toma de decisiones, y por lo tanto en las estrategias. Una misma estrategia ante un mismo problema puede ser efectiva para un sujeto e inefectiva para otro. Por ello, es muy importante presentar a los alumnos diferentes estrategias para que sean ellos mismos quienes decidan cuál escoger en cada caso.

6.2 ¿Qué es una estrategia de cálculo mental?

Valencia (2013) cita que según Gómez (1995) “las estrategias de cálculo mental se entienden como principios directores generales de la resolución de un ejercicio aritmético, y que, por ello, debiera funcionar con cualquier operación, pues de la estrategia en sí depende la forma en que se manejen los datos”.

6.3 Estrategias de cálculo mental.

Existe una gran cantidad de estrategias de cálculo mental, que pueden ayudar a resolver las operaciones correctamente. En cuanto al trabajo del cálculo mental, es muy importante presentar a los alumnos una gran variedad, para que sean ellos quienes decidan cuáles les son más eficaces y puedan usarlas. A continuación, se presenta una lista para trabajar el cálculo mental en diferentes niveles de dificultad:

1. Suma

- **Uso astuto de las propiedades de los números:** conviene reordenar los sumandos (propiedad conmutativa) y agruparlos de un modo favorable (propiedad asociativa) para que la resolución de la operación sea más sencilla. Esta estrategia se puede llevar a cabo tanto en sumas como en productos. Por ejemplo: normalmente suele ser más fácil añadir el sumando menor al mayor. De este modo, si tenemos $5+22$, podríamos reordenarlo y operar sumando $22+5$.
- **Suma de dos números, uno de ellos termina en 1 o 2:** las sumas en las que al menos uno de sus sumandos acaba en 1 o 2, pueden resolverse acercando ese sumando a la decena anterior. Por ejemplo, $34 + 11 = 34 + (10+1) = 34+10+1 = 45$.
- **Números consecutivos (vecinos):** cuando sumamos un número y su siguiente, pensamos en el doble del menor y le añadimos uno. Por ejemplo, si sumamos $8+9 = 8+8+1 = 17$.
- **El número misterioso:** para sumar números que distan de 2 números entre ellos. En estos casos, existe un número misterioso que es el que se encuentra entre esos dos, es decir, el menor más uno y el mayor menos uno. De este modo, la situación se resuelve sumando 2 veces el número misterioso. Por ejemplo, si tenemos que sumar $5+7$, el número misterioso es el 6, y se puede resolver haciendo $6+6=12$.
- **Descomposición:** se trata de descomponer los números de forma que se forme una operación equivalente a la inicial, pero con números más sencillos, y que sean más fáciles de sumar o restar. Por ejemplo, si hay que sumar $25+14$, sería igual sumar $10+10+5+10+4=39$. Ocurre lo mismo con la resta, $25-14$, podría descomponerse en $10+10+5-10-4=11$. De este modo, todos los números resultantes de la descomposición del sustraendo deben ir con el signo menos.
- **Suma de dos números, uno de ellos termina en 8 o 9:** Las sumas en las que al menos uno de sus sumandos acaba en 8 o 9, pueden resolverse acercando ese sumando a la siguiente decena. Por ejemplo, $34 + 8 = 34 + (10-2) = 34+10-2=42$.

2. Resta

- **Resta de dos números, con el minuendo terminado en 8 o 9:** Los números del minuendo que acaban en 8 o 9 se acercan a la decena más próxima, de manera que el minuendo sería (decena – 1 o 2). Por ejemplo, $37-28 = 37 - (30-2) = 37-20+2 = 15$.
- **Resta de dos números, con minuendo terminado en 1 o 2:** Los números del minuendo que acaban 1 o 2 se acercan a la decena más próxima, de manera que el minuendo sería (decena +1 o 2). Al haber un signo negativo delante del paréntesis la operación quedaría como una resta. Por ejemplo, $26-12 = 26 - (10+2) = 26-10-2 = 14$.

- **Resta de dos números, con sustraendo terminado en 8 o 9:** Los números del sustraendo que acaban en 8 o 9 se acercan a la siguiente decena, de manera que el sustraendo sería (decena - 1 o 2). Por ejemplo, $38 - 14 = (40-2) - 14 = 40 - 2 - 14 = 24$.
- **Resta de dos números, con el sustraendo terminado en 1 o 2:** Los números del sustraendo que acaban en 1 o 2 se acercan a la decena anterior, de manera que el sustraendo podría quedarse como (decena + 1 o 2). Por ejemplo, $42 - 24 = (40+2) - 24 = 40 + 2 - 24 = 18$.

3. **Multiplicación**

- **Reducción a la suma en las multiplicaciones:** una multiplicación es una suma de factores iguales repetidos un número de veces, por ello, cuando se plantea una multiplicación podemos tomarla como una suma. Por ejemplo, 125×3 , es lo mismo que $125+125+125= 375$.
- **Descomposición y propiedad distributiva en productos:** consiste en descomponer los factores en sumas y restas y a continuación aplicar la propiedad distributiva. Por ejemplo, $64 \times 5 = (8 \times 8) \times 5 = (60+4) \times 5 = (60 \times 5) + (4 \times 5) = 300+20=320$.
- **Multiplicación doblando y dividiendo por dos:** cuando encontramos con una multiplicación o división en la que unos de los factores son pares, podemos dividir uno por 2 y multiplicar al otro por 2. De este modo, conseguimos llegar a números con los que nos puede resultar más sencillo operar. Por ejemplo. $14 \times 16 = 28 \times 8 = 56 \times 4 = 112 \times 2 = 224$.
- **Factorizaciones más rápidas:** a través de factorizaciones intermedias podemos resolver las operaciones de manera más sencilla. Por ejemplo, $16 \times 15 = 8 \times 2 \times 3 \times 5 = 24 \times 10 = 240$.
- **Productos “guapos”:** se puede aplicar en aquellos números cuya diferencia de productos sea de 2 cifras. En estos casos, con la ayuda de la identidad $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$. Por ejemplo, $9 \times 7 = (8+1) (8-1) = 8^2 - 1^2 = 64 - 1 = 63$
- **Cuadrados rápidos con identidades notables:** las conocidas identidades: $(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$, y $(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$, pueden permitirnos una gran facilidad a la hora de calcularlos ciertos cuadrados. Por ejemplo, 36^2 es lo mismo que $(30+6)^2$, y por ello puede calcularse como, $30^2 + 2 \times 30 \times 6 + 6^2 = 900 + 360 + 36 = 1296$.
- **Cuadrado de los números de dos cifras que terminan en 5:** se pueden calcular teniendo en cuenta el siguiente truco. Si, por ejemplo, quiero calcular, 25^2 , me olvido del 5 y tomo el dos; lo multiplico por la cifra siguiente (3) y obtengo 6. Después le pego al final un 25 y ya lo tengo: $25^2 = 625$. Otros ejemplos serían: $35^2 = 1225$, $45^2 = 2025$.

4. División

- **Divisiones entre 5:** cuando hay una división cuyo divisor es el 5, podemos multiplicar el dividendo por 2 y dividirlo por 10, ya que 10 entre 2 es 5. Por ejemplo, $\frac{45}{5}$, es lo mismo que $\frac{45 \times 2}{10} = \frac{90}{10} = 9$.

Existen más estrategias que aquí no se presentan. Además, cada persona puede crear sus propias estrategias de cálculo mental, a medida que va entrenando las va descubriendo.

7. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

La intervención didáctica está planteada en dos bloques distintos de trabajo. El primero de ellos corresponde a un trabajo diario de cálculo mental. Esto corresponde a un trabajo breve al inicio de cada clase, donde el trabajo es individual.

También se propone un trabajo en grupo sobre el cálculo mental, que se trabajaría de manera lúdica. Hoy en día existe una gran cantidad de juegos de mesa comerciales con contenidos matemáticos, y también concretamente de cálculo mental, en los que el cálculo y la velocidad son imprescindibles. Por ello, se plantea un trabajo a través del juego, ya que los alumnos ante los juegos se encuentran más motivados, y en muchas ocasiones sin darse cuenta están trabajando y aprendiendo.

A. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS GENERALES

Como se ha ido hablando a lo largo del trabajo, el cálculo mental es un concepto cuya enseñanza ha cambiado a lo largo de los años. Además, en torno a este tema, existen diversas opiniones de cómo llevarlo a la práctica.

Presento las orientaciones que me parecen más apropiadas. Ortega y Ortiz (2002) proponen las siguientes orientaciones:

1. El profesor tiene que ser el facilitador de que el alumno descubra las reglas y procedimientos mentales más útiles y rápidos, respetando siempre la originalidad de los experimentos personales.
2. El profesor tiene que ayudar a buscar los procedimientos y ofrecer las distintas opciones al alumno para que este pueda decidir cuál es el procedimiento más adecuado para él.
3. Los ejercicios deben presentarse de forma visual y auditiva, puesto que ambos aportan facetas diferentes. Ofreciendo los ejercicios de estas dos maneras conseguimos que aquellos alumnos que tengan más facilidad mediante el canal

visual puedan resolverlo mejor, pero también conseguiríamos que aquellos a los que les resulta más eficaz el canal auditivo pudiesen tenerlo también.

4. No pueden presentarse trabajos aislados, sino que deben aprovecharse todas las oportunidades que cada día ofrece el trabajo de aula.
5. Como requiere gran concentración y tensión, puede cansarse rápidamente, por lo que si se prolonga durante mucho tiempo la atención disminuye y los resultados empeoran. Esto implica que deben ser sesiones breves, variadas y repetidas veces.

B. PROPUESTA DE TRABAJO INDIVIDUAL

Como he explicado anteriormente, el trabajo individual se realizaría al inicio de todas las sesiones de matemáticas, ya que para realizar cálculos mentalmente se requiere gran concentración. Son trabajos breves, de apenas 5-7 minutos, ya que es un trabajo cansado y si se prolonga en el tiempo los resultados de la actividad empeoran.

A continuación, se presentan varias propuestas para llevar a cabo en esta fase del trabajo de cálculo mental:

1. EL QUINZET

El Quinzet es un método pensado principalmente para que los alumnos de Educación Primaria automaticen las operaciones mentales.

Segarra (2006), creador de este método, defiende que los alumnos a lo largo de la Educación Primaria deben alcanzar los siguientes objetivos:

- Tener automatizadas las sumas y restas con números del 1 al 20.
- Tener automatizadas las tablas de multiplicar hasta el 12.

Por lo tanto, la propuesta de trabajo con el método El Quinzet es una propuesta para llevar a cabo la memorización de las operaciones básicas. Este trabajo, no sería tanto mental sino memorístico, pero creo que puede favorecer la posterior práctica del cálculo mental. Por ello, creo que este método podría utilizarse en situaciones puntuales, en las que se comenzase a trabajar una operación.

La propuesta de trabajo que ofrece este método consiste en repartir a cada alumno una hoja con 4 columnas de 15 operaciones cada una, (60 operaciones por hoja). Los alumnos ponen el nombre y dan la vuelta a la hoja de manera que queden ocultas las operaciones que tienen que resolver y así todos pueden empezar simultáneamente. Una vez que el maestro da comienzo a la actividad, disponen de 2 minutos para realizar las operaciones. Si un alumno no sabe responder alguna puede

saltársela, pero debe ir en orden, de la primera a la cuarta columna y de arriba hacia abajo. Una vez finalizado ese tiempo, serán ellos mismos quienes se corrijan la hoja y se apunten el resultado.

En la siguiente sesión, se les reparte la misma hoja de operaciones, otra vez en blanco, de manera que tienen que volver a resolverla. Lo que se pretende es que cada vez vayan mejorando los resultados y obteniendo más resultados correctos, ya que, al repetir varias veces la misma hoja, van memorizando las operaciones.

A continuación, se presenta un ejemplo de hoja de cálculo mental del método dirigida a 4° de Primaria tomada de El Quinzet:

Cuarto Método de rapidez de cálculo mental



Operaciones bien hechas la última vez: _____

Sumas

$9 + 3 =$	$6 + 4 =$	$3 + 3 =$	$5 + 2 =$
$9 + 6 =$	$6 + 9 =$	$3 + 6 =$	$5 + 5 =$
$9 + 9 =$	$6 + 7 =$	$3 + 9 =$	$5 + 8 =$
$9 + 5 =$	$6 + 3 =$	$3 + 2 =$	$5 + 3 =$
$9 + 3 =$	$6 + 6 =$	$3 + 8 =$	$5 + 8 =$
$9 + 5 =$	$6 + 8 =$	$3 + 7 =$	$5 + 7 =$
$9 + 4 =$	$6 + 7 =$	$3 + 3 =$	$5 + 9 =$
$9 + 9 =$	$6 + 5 =$	$3 + 5 =$	$5 + 6 =$
$9 + 6 =$	$6 + 6 =$	$3 + 4 =$	$5 + 5 =$
$9 + 7 =$	$6 + 3 =$	$3 + 8 =$	$5 + 7 =$
$9 + 5 =$	$6 + 9 =$	$3 + 3 =$	$5 + 4 =$
$9 + 9 =$	$6 + 3 =$	$3 + 6 =$	$5 + 9 =$
$9 + 4 =$	$6 + 4 =$	$3 + 7 =$	$5 + 2 =$
$9 + 7 =$	$6 + 8 =$	$3 + 2 =$	$5 + 6 =$
$9 + 3 =$	$6 + 7 =$	$3 + 9 =$	$5 + 7 =$

Operaciones bien hechas en 2 minutos: _____

13

Por otro lado, el método de El Quinzet (2003), también propone un trabajo de series de problemas de cálculo mental. Estos problemas, son problemas breves adaptados a cada nivel, que se plantean con números pequeños y pretenden trabajar con situaciones o vocabulario cercano a los alumnos, de manera que les sea más sencillo y se asemeje a su vida cotidiana.

El planteamiento que propone el método respecto a estas series consiste en leer el problema un número determinado de veces, de manera clara y lenta. Los alumnos deben escribir los resultados en una hoja de respuestas y son ellos mismos los que se la corrigen. El maestro deja un tiempo limitado para responder a los problemas. El método plantea de manera orientativa que esta actividad se realice al menos 2 series por semana, y 5 problemas en cada una.

Aquí se presenta un ejemplo de problemas del método:

Series de problemas de cálculo global de El quinzet versión 2003



1.1

(1) Si tienes 2 coches y te dan otro, ¿Cuántos coches tendrás?

3 coches.

(2) Tienes 3 pelotas y le das una a ¿Cuántas te quedan ?

2 pelotas.

(3) Tengo 3 muñecas pero se me han roto dos. ¿Cuántas me quedan?

1 muñeca

1.2

(1) Tu tienes 2 cerezas y yo tengo una. ¿Cuántas cerezas tenemos entre los dos?

3 cerezas.

(2) Si tienes 3 avellanas y das una. ¿Cuántas te quedarán?

2 avellanas.

(3) Tu tienes 1 botón y yo tengo otro. ¿Cuántos tenemos entre los dos?

2 botones.

1.3

(1) ——— tiene una muñeca y ——— le da otra. ¿Cuántas muñecas tiene ahora?

2 muñecas.

(2) Tengo 2 caramelos y me como 1. ¿Cuántos caramelos me quedan?

1 caramelo.

(3) Haces 2 bolas de plastilina y ——— hace otra. ¿Cuántas bolas de plastilina tendréis entre los dos?

3 bolas.

1.4.

(1) Tengo 2 sugus y le regalo uno a ——— ¿Cuántos sugus me quedan?

1 sugus.

(2) Si tienes 1 globo y tu madre te da 2 globos más. ¿Cuántos globos tendrás?

3 globos.

(3) Si te doy 1 pelota y después te doy otra. ¿Cuántas pelotas tendrás?

2 pelotas.

1.5.

(1) Si tienes 2 caramelos y ——— te da otro ¿Cuántos caramelos tendrás?

3 caramelos.

(2) Te doy 2 caramelos y te comes uno. ¿Cuántos caramelos te quedan?

1 caramelo.

(3) Tienes 1 galleta y yo te doy otra. ¿Cuántas galletas tienes ahora?

2 galletas.

A continuación, se muestra la hoja de resultados:

NOMBRE: _____ FECHA: _____
OPERACIÓN: _____
Operaciones bien hechas la última vez: _____

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Operaciones bien hechas _____

En conclusión, el método de El quinzet, me parece un método adecuado para trabajar principalmente las tablas de las operaciones básicas pero debe complementarse con otras actividades, ya que creo que es incompleto en algunos aspectos. Es un método adecuado para memorizar las operaciones más sencillas lo que permite poder resolver operaciones mentales con mayor rapidez. También me parece muy interesante que los problemas de cálculo mental estén diseñados pensando en situaciones cotidianas que pueden darse a los alumnos, ya que puede ayudarles mucho a imaginárselo y resolverlo mentalmente. Además, propone la autocorrección de los alumnos, por lo que ellos mismos son conscientes de sus resultados así como de sus mejoras. A pesar de esto, creo que este método sólo trabaja la memorización y no favorece al desarrollo de estrategias propias de los

alumnos para resolver situaciones de cálculo mental. Por lo tanto, en mi opinión, este método podría darse puntualmente.

2. TABLAS DE CÁLCULO

Las tablas de cálculo son unas tablas diseñadas con 20 filas y 7 columnas en las que se recogen un total de 140 operaciones matemáticas. Según el curso al que se dirijan, varían su dificultad, yendo desde sumas hasta una mezcla de multiplicaciones y divisiones. Este material lo he obtenido de la página de Educación del Gobierno de Navarra¹.

El objetivo de estas tablas es, como he dicho antes, realizarlas de moda rutinaria, para que los alumnos puedan ser conscientes de su progreso, ya que todos los resultados deben escribirlos en una hoja de registro. A pesar de que en la página web dirijan esta actividad a escribir los resultados en una hoja de registro, creo que es también importante ejercitar el cálculo mental verbal, por lo que hay que dedicar un tiempo también a ello. Utilizando estas mismas hojas, una vez por semana se plantea a varios alumnos (3 o 4), de manera que no se invierta mucho tiempo de clase, varias operaciones de las tablas. Por ejemplo, un alumno debe responder las 10 primeras operaciones de la columna F y el otro las 10 últimas de esa misma columna. El profesor se encarga de emitir verbalmente la operación a resolver, y el alumno asignado es quien responde. A medida que se vea un progreso en los alumnos, el número de operaciones a resolver aumenta. El tiempo de resolución de cada alumno es de 1 minuto y 30 segundos.

Esta es la tabla de registro de resultados:

¹ <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/0000009bbf0a45a2d/index.html>

NOMBRE:		GRUPO:											
FECHA													
5													
10													
15													
20													
25													
30													
TOTAL													
NOTA													

En esta hoja los alumnos anotan sus resultados de cada día, la fecha del día de realización y el número de la hoja a la que corresponde y la columna y fila en la que se inicia. Esto puede variar según a quien vaya dirigido. Si la actividad va dirigida a alumnos de 1º o 2º de Primaria, todos empezarían la columna por la operación 1, pero para aumentar la dificultad, ya que situarse en la tabla es más complejo, para el resto de cursos de Primaria sí que podría iniciarse en otro número de la fila. A continuación, se presenta un ejemplo de tabla de cálculo de sumas y restas con números naturales descargada de la página de Educación de Navarra²:

² <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/0000009bbf0a45a2d/index.html>

CÁLCULO MENTAL

Sumas y restas 2

HOJA

Nº : _____

	A	B	C	D	E	F	G
1	9 + 11	23 - 10	21 + 21	32 - 12	27 + 6	54 - 11	35 + 20
2	28 - 5	12 + 12	24 + 12	13 + 17	43 - 20	32 + 32	43 - 13
3	34 + 7	45 - 12	46 + 30	46 - 4	13 + 13	15 + 21	32 + 18
4	45 - 30	32 + 32	72 - 22	18 + 7	45 - 11	33 + 40	17 - 4
5	13 + 13	21 + 15	54 + 16	53 - 30	43 + 43	43 - 13	58 + 4
6	25 - 12	47 + 30	19 - 6	14 + 14	22 + 13	65 + 15	77 - 40
7	34 + 34	74 - 14	76 + 5	29 - 13	61 + 30	24 - 2	15 + 15
8	34 + 13	71 + 19	59 - 20	26 + 26	56 - 26	87 + 5	62 - 11
9	72 + 20	27 - 3	16 + 16	12 + 17	57 + 13	81 - 50	34 + 34
10	49 - 19	38 + 3	43 - 12	34 + 40	28 - 6	17 + 17	13 + 15
11	28 + 12	42 - 20	23 + 23	83 - 13	57 + 5	43 - 12	40 + 23
12	34 - 2	18 + 18	31 + 13	22 + 18	74 - 30	24 + 24	45 - 15
13	23 + 5	34 - 12	40 + 18	26 - 5	29 + 29	18 + 41	26 + 14
14	83 - 50	39 + 39	57 - 17	19 + 4	33 - 12	17 + 50	39 - 5
15	39 + 39	42 + 13	41 + 29	34 - 10	25 + 25	32 - 22	17 + 6
16	54 - 11	40 + 26	47 - 5	43 + 43	32 + 15	24 + 16	61 - 20
17	46 + 46	67 - 17	36 + 7	35 - 14	50 + 19	78 - 5	26 + 26
18	14 + 32	22 + 18	37 - 10	31 + 31	43 - 33	69 + 3	45 - 14
19	34 + 40	76 - 2	46 + 46	21 + 25	12 + 18	64 - 40	42 + 42
20	32 - 12	43 + 3	65 - 4	30 + 14	17 - 5	13 + 13	23 + 11

Teniendo en cuenta esta tabla de cálculo, por ejemplo, nos situamos en 2º de Primaria y el maestro propone realizar la columna C, y pone una cuenta atrás en el ordenador de modo que todos ellos sepan el tiempo que les queda para realizar la actividad y así una vez acabado el tiempo poder ver los resultados de cada uno.

Al final del tiempo para la resolución de las operaciones, se procede a la corrección en común. El maestro es el encargado de ofrecer la solución correcta a los alumnos, y serán ellos mismos quienes se corrijan, ya que, de este modo, son conscientes de sus resultados, y a lo largo del tiempo pueden ir observando su progreso. De este modo, al final de la hoja, escriben el número de respuestas correctas que han obtenido.

En cuanto al contenido de las tablas de cálculo, podemos encontrar, como he dicho antes distintas dificultades. En esta página web, se pueden encontrar tablas de cálculo para trabajar distintos contenidos: números naturales, números enteros, decimales y fracciones y otros que en este caso no interesan. Dentro de cada uno de ellos, encontramos sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. De esta forma, podríamos trabajar con las tablas de cálculo en todos los cursos de primaria de la siguiente manera, teniendo en cuenta el currículo de Primaria de La Rioja:

Tabla 1 *Resumen de contenidos a trabajar con las tablas de cálculo en cada curso de Primaria.*

CURSO	CONTENIDOS
1º Primaria	Sumas y restas de números naturales.
2º Primaria	Sumas y restas y multiplicaciones sencillas de números naturales.
3º Primaria	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números naturales y sumas y restas de números decimales y fracciones.
4º Primaria	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números naturales y sumas y restas de números decimales y fracciones.
5º Primaria:	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números naturales y sumas y restas de números decimales y fracciones.
6º Primaria	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números naturales y sumas y restas de números decimales y fracciones y cálculo de porcentajes de una cantidad.

A pesar de que algunas tablas estén dirigidas a cursos más altos o más bajos, hay que tener en cuenta la individualidad de los alumnos en la medida de lo posible, y en caso de que algunos alumnos necesitasen tablas más sencillas o más complejas, se les facilitarían, y el modo de corrección cambiaría, y pasaría a ser individual o en pequeño grupo según las necesidades de cada grupo.

C. PROPUESTAS A TRAVÉS DEL JUEGO

Según Gallego, Molina y Llorens (2014) la gamificación (o ludificación) es el uso de estrategias, modelos, dinámicas, mecánicas y elementos propios de los juegos en contextos ajenos a éstos, con el propósito de transmitir un mensaje o unos contenidos de cambiar un comportamiento a través de una experiencia lúdica que propicie la motivación, la implicación y la diversión”.

Por ello, creo que utilizar el juego para trabajar el cálculo mental es una estrategia muy adecuada, ya que consigue que los alumnos se encuentren motivados y que lo trabajen inconscientemente.

Por todo esto, a continuación, se presentan algunos juegos de mesa que se pueden utilizar en los distintos niveles de Educación Primaria para trabajar el cálculo mental. Estos juegos son comerciales y su precio oscila entre los 12€ y los 17 €. Para la puesta en práctica, a pesar de que su precio no es elevado, habría que disponer de algo de dinero para su compra. A pesar de estos, hay algunos como el Sum Swamp que pueden simularse fácilmente con material reciclado, por lo que no habría necesidad de comprarlo.

Las propuestas a través del juego se llevan a cabo en dos situaciones:

- **Sesiones de matemáticas:** En estas sesiones se llevan a cabo una vez cada dos semanas. Pueden hacerse grupos e ir jugando por estaciones. En cada estación se coloca un juego y cada cierto tiempo los alumnos cambian de estación, lo que nos asegura que todos los alumnos jueguen a todo. No necesariamente en todas las estaciones se trabajan los mismos contenidos, sino que en una se trabaja el cálculo mental, en otra la geometría, en otra la medida, etc.
- **Sesiones de juego:** Estas sesiones son fuera del horario de matemáticas, en la hora de juegos semanal o en ratos libres que quedan a lo largo del curso. Estos juegos se encuentran en clase a disposición de los alumnos, de modo que si en su rato de juego libre quieren utilizarlos puedan.

1. GEHEIMCODE 13+4

³Este juego está dirigido a los cursos de 3º, 4º, 5º y 6º de Primaria principalmente. Creo que para 5º y 6º puede ser relativamente difícil, ya que las operaciones aritméticas básicas se supone que las manejan con soltura. Además, se puede utilizar también en 1º y 2º de Primaria variando levemente las reglas de juego. En vez de utilizar las 4 operaciones podría jugarse únicamente utilizando sumas y restas. Es probable que en ambos cursos no todos los alumnos sean capaces de jugar, ya que muchos no manejan las operaciones con soltura, pero es un buen juego para practicar el cálculo mental con aquellos que sí lo hacen.



FICHA TÉCNICA

Dirigido a personas a partir de 8 años.

De 2 a 4 jugadores.

Descripción: Los agentes tienen que comenzar la misión secreta “Amón Ra”. El equipo se compone por 4 agentes (o menos según los jugadores) que tienen que entrar a robar en el museo y para ello tienen que descifrar el código del dispositivo de seguridad. Ya sea con sumas, restas, multiplicaciones o divisiones, los números de dados tienen que combinarse de manera que los resultados se correspondan con los números del código. Si se consigue el número del código siguiente se puede avanzar, si no se debe permanecer hasta conseguirlo.

Materiales: 1 tablero de juego, 4 agentes secretos, 15 fichas de números, 6 dados y las instrucciones.

Objetivo: Ser el más rápido llegar al centro para robar la piedra preciosa del museo.

Editorial: HABA

³ Esta imagen está tomada de <https://www.jugaia.com/es/tipo-de-juguete/juegos-de-mesa/juego-mesa-codigo-secreto-13-mas-4-haba>

2. LLAVES ARCO



⁴Este juego no está dirigido a ningún curso en concreto. Es una herramienta que puede utilizarse en cualquier curso de primaria según las necesidades de cada alumno, pero preferentemente está dirigido a los cursos más bajos.

Existen llaves de diferentes contenidos y dificultades: llaves de sumas hasta 20, restas hasta 20, sumas y restas hasta 100, multiplicaciones hasta 100, divisiones hasta 100 y multiplicación y división hasta 100. Por ello:

- 1º de Primaria: sumas y restas hasta 20.
- 2º de Primaria: sumas y restas hasta 20, sumas y restas hasta 100.
- 3º de Primaria: sumas y restas hasta 100 y multiplicaciones y divisiones hasta 100.

En el resto de cursos de Primaria, como he dicho anteriormente podrían utilizarse también, pero se supone que ya deberían manejar esos contenidos con soltura, por lo que les resultaría sencillo.

FICHA TÉCNICA

Individual

⁵Descripción: El niño debe ir colocando la cuerda roja por las incisiones que tiene la llave de manera que va uniendo cada número de la izquierda con el resultado que crea sumando la cifra correspondiente a esa llave que se encuentra en la derecha.

En la columna izquierda de la llave aparecen números a los que se les debe aplicar la operación que se encuentra en el centro de la llave. Una vez se calcula el resultado, se coloca la cuerda en la incisión de la parte derecha cuyo número sea el resultado de la operación realizada.



⁴ Esta imagen está tomada de https://adrada.es/primaria/arco_llaves.php

⁵ Esta imagen es una parte de la imagen tomada de https://adrada.es/primaria/arco_llaves.php

Una vez finalizadas todas las operaciones, la llave por la parte trasera tiene un sistema autocorrectivo que les permite a los propios alumnos comprobar si el ejercicio lo han resuelto correctamente o no.

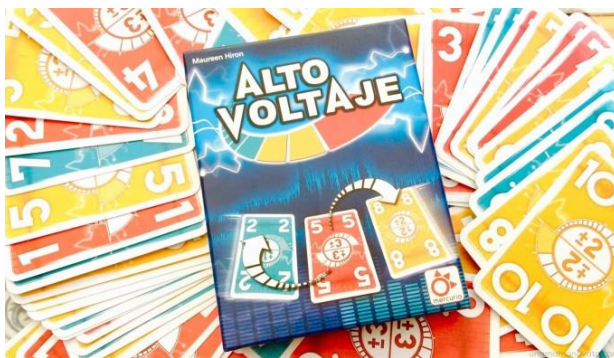
Materiales: 10 piezas en forma de llave con su respectiva cuerda de color rojo.

Objetivo: Ser capaz de realizar las operaciones de realizar las operaciones correctamente y su ser capaz de comprobarlo.

Editorial: ARCO

3. ALTO VOLTAJE

⁶Este juego está dirigido a niños a partir de 8 años, por lo que correspondería a los alumnos a partir de 3° de Primaria. Es un juego en el que es muy importante la velocidad, ya que tienes que calcular mentalmente los resultados de manera rápida, por ello, a pesar de que en cuanto a



contenidos alumnos más pequeños podrían jugar, a partir de 3° de Primaria los alumnos van adquiriendo velocidad en sus cálculos mentales.

FICHA TÉCNICA

Dirigido a personas a partir de 8 años.

De 2 a 4 jugadores

Descripción: Se coloca una carta en el centro de la mesa boca arriba. El número de referencia es el grande que se encuentra en las esquinas, y los demás jugadores de su mazo de cartas deben tirar al centro el resultado del número central más o menos el número que ponga en el centro de esa carta.

Por ejemplo, si el número de la carta central es el 4 y en el centro de esa carta pone + o - 2, los jugadores deberían tirar una carta cuyo número grande sería el 6 ($4+2$) o el 2 ($4-2$). Cada jugador puede tirar tantas cartas como pueda en cada tirada.

⁶ Esta imagen está tomada de <https://www.unamamanovata.com/2017/05/26/juego-de-cartas-matematicas-alto-voltaje/>

Una vez que nadie más pueda tirar cartas, se saca otra al centro, y se continúa del mismo modo. Cuando un jugador se quede con una única carta la coloca en el montón central boca abajo y en ese momento se proclama ganador.

Materiales: 73 cartas de juego e instrucciones.

Objetivo: Ser el primero en quedarse sin cartas.

Editorial: Mercurio

4. **MATH DICE JR.**

Este juego está dirigido a niños a partir de 6 años, por lo que podría llevarse al aula desde 1º de Primaria. Además, es un juego que puede ser utilizado principalmente en los cursos de Primaria más bajos, ya que hace uso únicamente de sumas y restas y su funcionamiento es sencillo.



FICHA TÉCNICA

Dirigido a personas a partir de 6 años.

De 2 a 6 jugadores.

Descripción: Se coloca el marcador de puntos y cada jugador se elige una ficha marca-puntos y se coloca en la salida. En primer lugar, se lanza el dado de 12 caras, el número que salga es el número objetivo. A continuación, el mismo jugador lanza los 5 dados de 6 caras y los jugadores deben combinar esos 6 números para calcular el valor del dado “objetivo”. Cuando un jugador sabe cómo llegar a ese número dice “¡Math Dice!” y explica cómo ha llegado y se queda los dados hasta el final de la ronda. Pueden utilizar.

Cuando se hayan utilizado todos los dados o no haya más formas de calcular se termina la ronda, y los jugadores obtienen un punto por cada dado utilizado, de modo que cada punto les hace avanzar un puesto en el marcador de puntos. A continuación, se sigue el mismo procedimiento, pero con otro lanzador de dados. El primer jugador que consigue llegar a la meta del marcador de puntos gana.

⁷ Esta imagen está tomada de <https://kinderlandshop.es/producto/math-dice-jr>

Una vez que nadie más pueda tirar cartas, se saca otra al centro, y se continúa del mismo modo. Cuando un jugador se quede con una única carta la coloca en el montón central boca abajo y en ese momento se proclama ganador.

Materiales: 1 dado “objetivo” de 12 caras, 3 dados con valores del 1-6, 2 dados con valores del 1-3, 6 fichas marca-puntos, marcador de puntos, bolsa e instrucciones.

Objetivo: Ser el primero en alcanzar la meta del marcador de puntos.

Editorial: Thinkfun

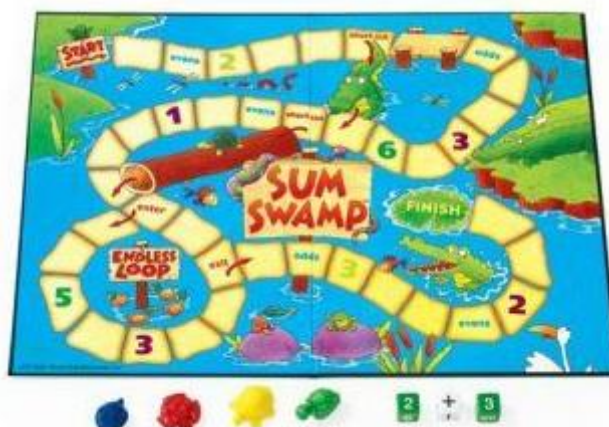
5. ⁸SUM SWAMP.

Este juego está dirigido para 1º y 2º de Primaria, ya que únicamente hace uso de sumas y restas y las reglas del juego son muy sencillas.

FICHA TÉCNICA

Dirigido a personas de 6 a 8 años.

De 2 a 4 jugadores.



Descripción: Se tiran los 3 dados a la vez, y el jugador que los haya tirado avanza tantas casillas como sea el resultado de la operación realizada. La operación se construye colocando primero el dado verde con número más alto, a continuación, el dado blanco y finalmente el verde con menor valor.

Durante el recorrido, en el tablero hay algunas casillas especiales, con palabras, número o flechas que significan lo siguiente:

- Casillas con números: el jugador lanza el dado de símbolos y avanza o retrocede tantas casillas como el número indique.
- Atajos: el jugador sigue la flecha y se coloca al final del atajo.
- Recorrido sin fin: todos los jugadores deben entrar en él, pero para abandonarlo deben caer en la casilla “exit” y así poder continuar hasta la meta.

⁸ Esta imagen está tomada de <https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/juegos-de-mesa-de-matematicas/84840.html>

Materiales: 4 personajes (rana, caracol, serpiente y tortuga), tablero, 2 dados de color verde numerados del 1 al 6 y uno de color blanco con los símbolos de suma y resta.

Objetivo: Ser el primero en alcanzar el final del recorrido.

Editorial: Learning Resources

D. INTERDISCIPLINARIEDAD

Un aspecto importante para trabajar el cálculo mental es no hacerlo de manera aislada. Por ello, aparte del trabajo dirigido exclusivamente al cálculo mental, es muy importante proponer pequeños problemas a los alumnos en cualquier momento y que no lo asocien sólo a los 5 minutos del inicio de las clases de matemáticas.

Por ello, es necesario tener en cuenta y aprovechar cada oportunidad para trabajar el cálculo mental. Por ejemplo, si en clase de sociales se están estudiando las ciudades, y se sabe que Logroño está a 85 km. de Pamplona y a 170 km. de Zaragoza, se pueden plantear preguntas como: ¿qué está más cerca de Logroño?, ¿cuántos kilómetros más? ¿cuántos metros son 85 km.?, etc.

CONCLUSIONES

Durante la realización de este trabajo, he podido aprender y conocer muchos más aspectos del cálculo mental de los que ya conocía. A finales del siglo XX se estudió mucho acerca del cálculo mental y es por eso que la mayoría de artículos hacen referencia a esos años. Hasta entonces el cálculo mental se había trabajado de manera memorística y oral, sin tener en cuenta el proceso, sino únicamente el resultado.

En los últimos años, la idea que tenemos sobre el cálculo mental ha cambiado ligeramente. La esencia del cálculo mental sigue siendo la misma, que es resolver mentalmente los distintos problemas, pero ya no es importante que se haga memorísticamente, sino que tienen mucha importancia las estrategias utilizadas para llegar hasta el resultado.

En cuanto a las estrategias, es muy importante ofrecer a los alumnos una diversidad de ellas, para que ellos puedan utilizar después las que más les faciliten el cálculo mental o puedan omitir las que no les sean eficaces. Además, no podemos negar a los alumnos sus propias estrategias, ya que muchos de ellos desarrollarán las suyas y serán las que más les ayuden a resolver los problemas.

Por otro lado, los de juegos para el aprendizaje vienen utilizándose desde hace mucho tiempo, son una buena estrategia para trabajar cualquier contenido. Por ello, también lo es para trabajar el cálculo mental. De este modo, los alumnos trabajan el cálculo mental sin ser tan conscientes de ellos y se encuentran motivados.

En cambio, en la práctica específica de cálculo mental, los alumnos en ocasiones se encuentran poco motivados para afrontar ese tipo de tareas, por lo que es importante tenerlo en cuenta a la hora de planificarlo. Los trabajos de cálculo mental deben ser breves y frecuentes. La brevedad es muy importante, ya que, si se alarga un trabajo específico de cálculo mental en el tiempo, los alumnos van perdiendo concentración y su efectividad y acierto en los resultados disminuye. Además, deben ser frecuentes, ya que el progreso en este caso se consigue con entrenamiento.

También me parece importante destacar que, ya que el cálculo mental es uno de los que más usan los alumnos fuera del ámbito escolar, se debe aprovechar cada oportunidad de trabajarlo, aunque no sean situaciones preparadas. Si se está tratando otra materia y aparece una ocasión para trabajarlo hay que aprovecharlo, ya que el problema se encuentra contextualizado en otra materia que están trabajando y el alumno es probable que lo realice sin ser consciente de que está ejercitando el cálculo mental como tal.

En conclusión, como he dicho, el cálculo mental es el tipo de cálculo del que más uso hacen los alumnos fuera del ámbito escolar, y probablemente uno de los que menos se trabaja

dentro de la escuela. Es importante tenerlo en cuenta y ser conscientes de los beneficios que produce el trabajarlo, no solo para las matemáticas, sino en otros aspectos como capacidad de atención y concentración.

La forma de trabajar el cálculo mental ha cambiado ligeramente desde hace bastantes años, ahora tenemos la oportunidad de hacerlo a través, por ejemplo, de juegos. Los juegos son una herramienta que nos garantiza casi siempre que los alumnos se impliquen en la actividad y que muestren interés por ella. Tenemos que aprovechar esas ventajas que nos ofrecen para trabajar los distintos contenidos. Hay que ser conscientes de que a través del juego es difícil controlar el progreso de todos los alumnos, por lo que también hay que realizar un trabajo individual en el que se pueda comprobar que los alumnos lo van ejercitando y van mejorando.

REFERENCIAS

- Boletín oficial de La Rioja, (16 de junio de 2014). *Matemáticas*, pp. 150-199.
- Edo, M. (1991). El cálculo mental a Parvulari. Guix-Elements d'acció educativa, 169,11-16.
- Galeano, M. Y. & Ortiz, D. S. (2008). *El cálculo mental como estrategia para desarrollar el pensamiento numérico*. Universidad de Antioquia, Medellín.
- Gallego, F.J., Molina. R. & Llorens. F. (Julio de 2014). Gamificar una propuesta docente. XX Jornadas sobre la Enseñanza Universitaria de la Informática, Oviedo, España.
- Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática*, 4, 17-29.
- Matemática. Cálculo Mental con Números Naturales (2007). *Páginas para el docente del Ministerio de Educación – Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires* (1 ed.). Argentina: No editorial.
- Mochón, S. & Vázquez Román, J. (1995). Educación matemática. *Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza*, 7(3), 93-105.
- Ortega, T. & Ortiz, M. (2002). Diseño de una intervención para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental en el aula. *Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.5*, 3, pp. 271-292.
- Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.^a ed.). Madrid, España: Autor.
- Sancha, I (s.f). *Mejorar los aprendizajes*. Dirección General de Cultura y Educación. Buenos Aires, Argentina.
- Segarra, L. (2003), *El quincet. Problemas graduados para el tratamiento del cálculo global*. Barcelona, España, Tande Edicions.
- Segarra, L. (2006), *El quincet. Método de rapidez de cálculo global*. Barcelona, España, Tande Edicions.
- Valencia, E. (2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Números*. 84, 5-23.